

Algoritmo per il calcolo della radice quadrata di un numero...



algoritmo per il calcolo della radice quadrata.mp4

$\sqrt{\text{Dalle torture scolastiche ...}}$

Alle radici della radice quadrata



Presentazione di Bruno Jannamorelli

Esempio: Calcolare

$$\sqrt{729} = x$$

Il numero x ha due cifre intere quindi si può scrivere

$$x = 10a + b$$

Deve risultare $x^2 = 729$ quindi:

$$(10a + b)^2 = 729$$

Ossia

$$(1) \quad 100a^2 + 20ab + b^2 = 729 = 7 \cdot 100 + 29$$

il numero intero a , tale che a^2 approssima meglio 7, è 2.

La cifra delle decine del numero x che stiamo cercando è $a = 2$.

Sostituendo $a = 2$ nella (1) si ha:

$$400 + 40b + b^2 = 729$$

Ossia

$$40b + b^2 = 729 - 400$$

oppure

$$b(40 + b) = 329 .$$

Notiamo che $40 + b$ è un numero formato da 4 (il doppio di 2) decine e b unità che deve essere moltiplicato per b : per tentativi si trova che

$$7 \cdot 47 = 329$$

cioè $b = 7$ (per ridurre il numero di tentativi si divide $329 : 4 = 82,25$ e, poiché $48 \times 8 > 329$, si prova con $b = 7$).

Pertanto

$$\sqrt{729} = 27$$

Tutto questo spiega la seguente :

Regola : (tratta da un vecchio testo di aritmetica)

Per estrarre la radice quadrata da un numero intero, lo si divida in gruppi di due cifre ciascuno, cominciando a destra; l'ultimo potrà contenerne una sola.

Estraggasi la radice contenuta nel primo gruppo a sinistra e se ne sottragga il quadrato. Accanto al residuo si abbassi il gruppo seguente e separisi con un punto l'ultima cifra a destra. Dividasi la parte a sinistra del punto pel doppio della radice e pongasi il quoto a fianco del divisore ed alla radice già trovata.

Si moltiplichi quindi il numero formato col doppio della radice e della cifra del quoto per questo quoto, e sottraggasi il prodotto da tutto il dividendo. Accanto al secondo residuo si abbassi il terzo gruppo, e si operi sul numero risultante come sul precedente, dividendo pel doppio del numero formato dalle cifre della radice già trovata. Si continui in tal guisa l'operazione sino a tanto che i gruppi siano tutti abbassati; se l'ultimo residuo è nullo, la radice è esatta; se v'ha residuo, la radice è quella del maggior quadrato contenuto nel numero proposto ed è esatta a meno di un'unità

Estrazione di radici quadrate nella Cina antica

Un dettagliato riassunto del sapere matematico cinese del I secolo d.C. è contenuto nel *Chiu Chang Suan Shu* (Nove capitoli sulle arti matematiche). Nel quarto capitolo, *Shao Kuang* (*shao* = quanto, *kuang* = larghezza) sono riportati ventiquattro problemi sulla misurazione della terra.

Ecco il testo di uno dei problemi:

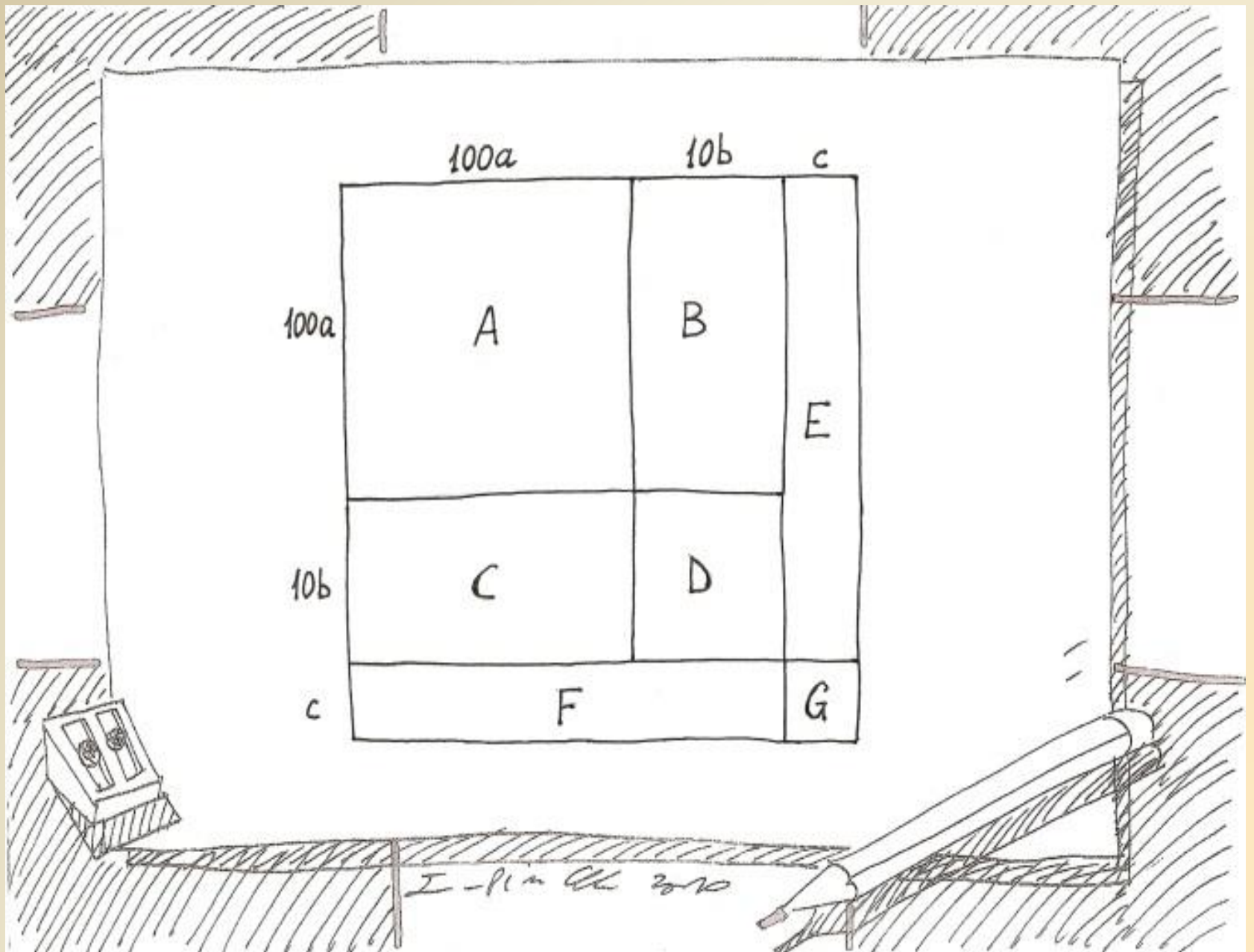
“C”è un campo quadrato con un’area di 71824 passi quadrati. Qual è il lato del quadrato?

Risposta : 268 pu (passi).”

Giustificazione geometrica (Enciclopedia cinese del XV sec.)

Indicando con a , con b e con c rispettivamente la cifra delle centinaia, delle decine e delle unità, deve risultare:

$$(100a + 10b + c)^2 = 71824 .$$



Si scopre che $a = 2$ perché il quadrato A ha un'area di 40000 passi quadrati (non può essere 3 perché $300^2 = 90000 > 71824$).

Inoltre $b = 6$ perché $A + B + C + D = 40000 + 12000 + 12000 + 3600 = 67600 < 71824$.

(Se $b = 7$ la somma $A + B + C + D$ risulta maggiore di 71824).

La differenza $71824 - 67600 = 4224$ deve esprimere l'area di $E + F + G$.

Se $c = 8$ si ha

$$E + F + G = 260 \cdot 8 + 260 \cdot 8 + 8 \cdot 8 = 4224$$

Pertanto si conclude che

$$\sqrt{71824} = 268$$

Quadrati, quadratini, quadratoni ... gnomoni

Il numero 576 è formato da 5 centinaia, 7 decine e 6 unità.

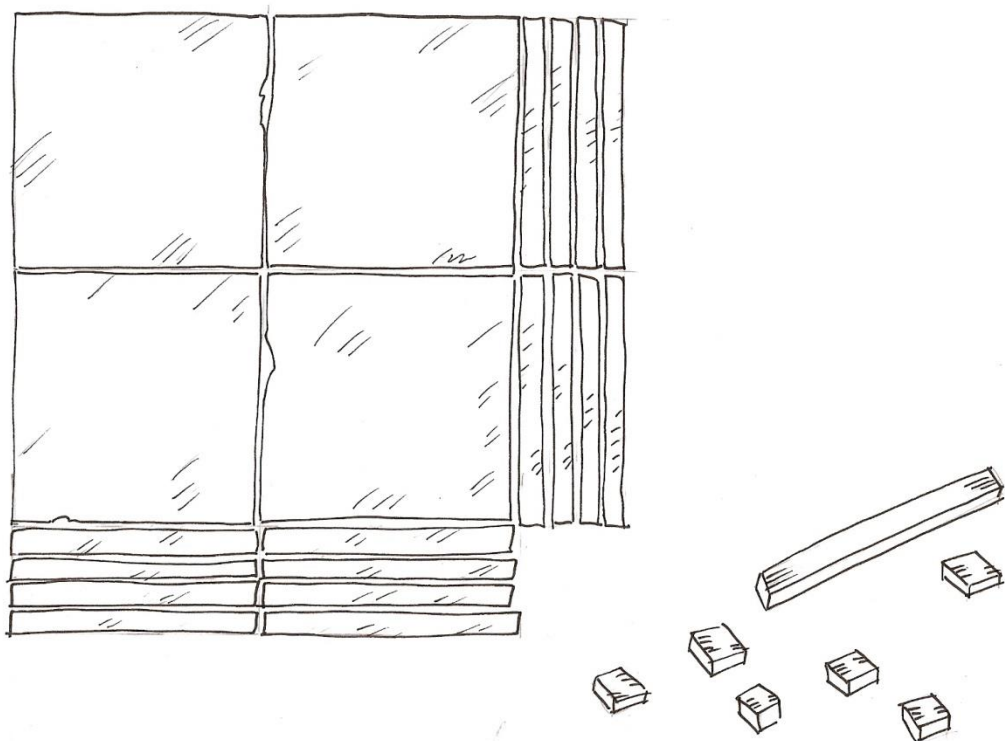
Per rappresentare 576 prendiamo:

5 quadratoni (ognuno di area $10 \times 10 = 100$ unità),

7 rettangoli (ciascuno di area $1 \times 10 = 10$ unità),

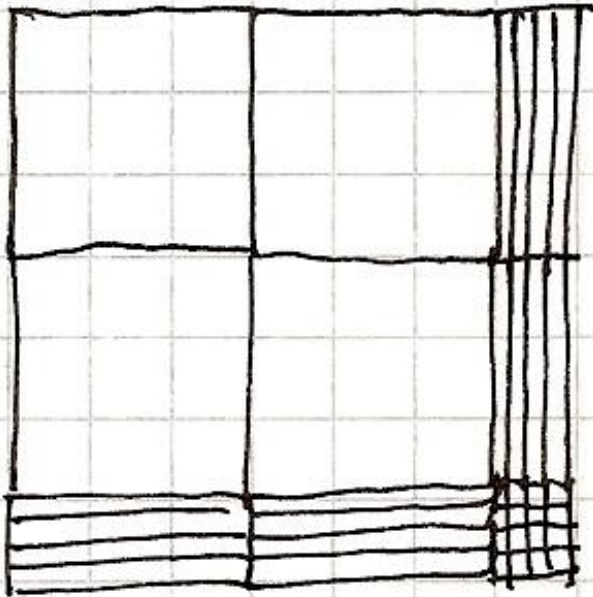
6 quadratini (ciascuno di area $1 \times 1 = 1$ unità).

Con questi pezzi si deve formare un quadrato di area 576 e il suo lato sarà proprio il numero che cerchiamo, cioè la radice quadrata di 576.



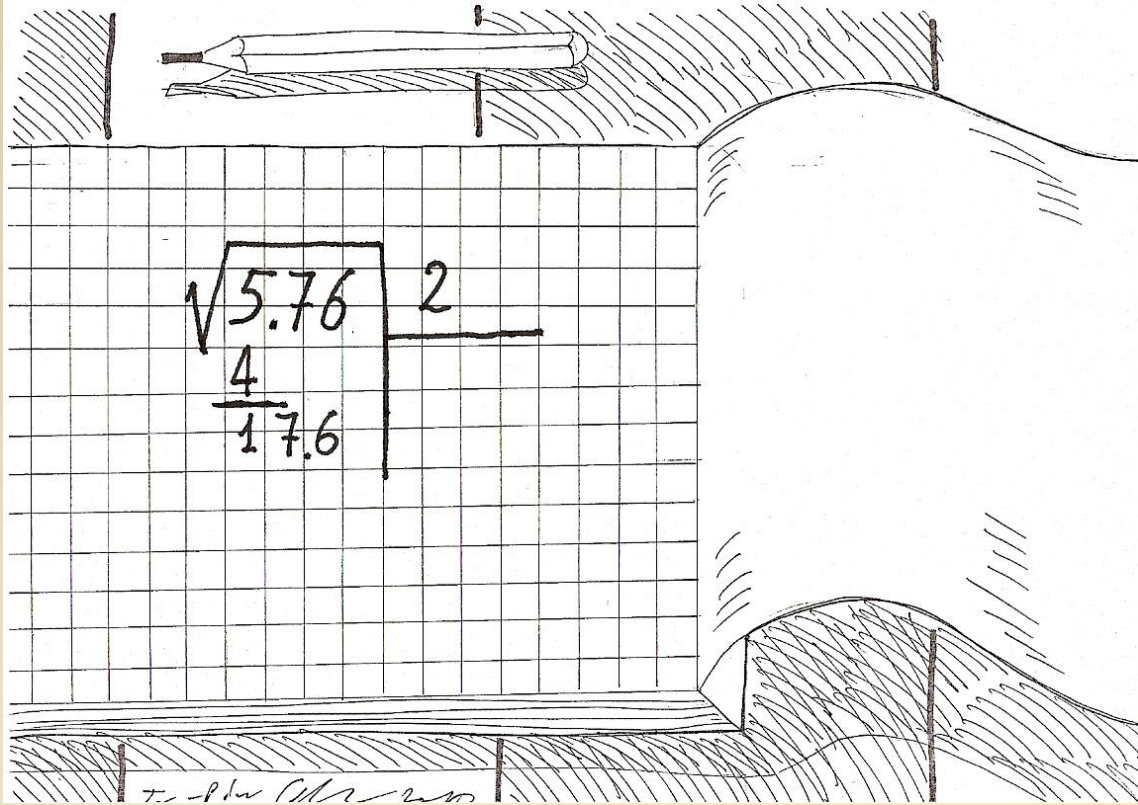
Si deve cambiare un quadratone con 10 rettangoli: un centinaio è uguale a 10 decine.

Basta cambiare il rettangolo rimasto
con 10 quadratini e il quadrato è
completo



Il lato del quadrato è
lungo ... due decine e
quattro unità.

La radice quadrata di
576 è 24

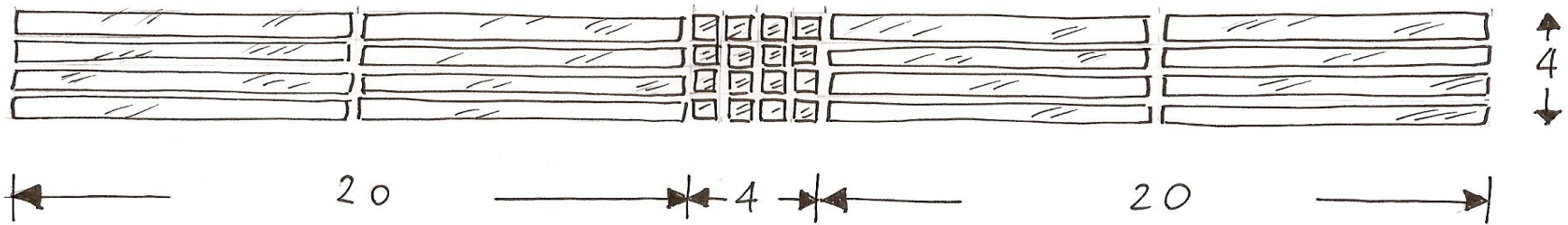


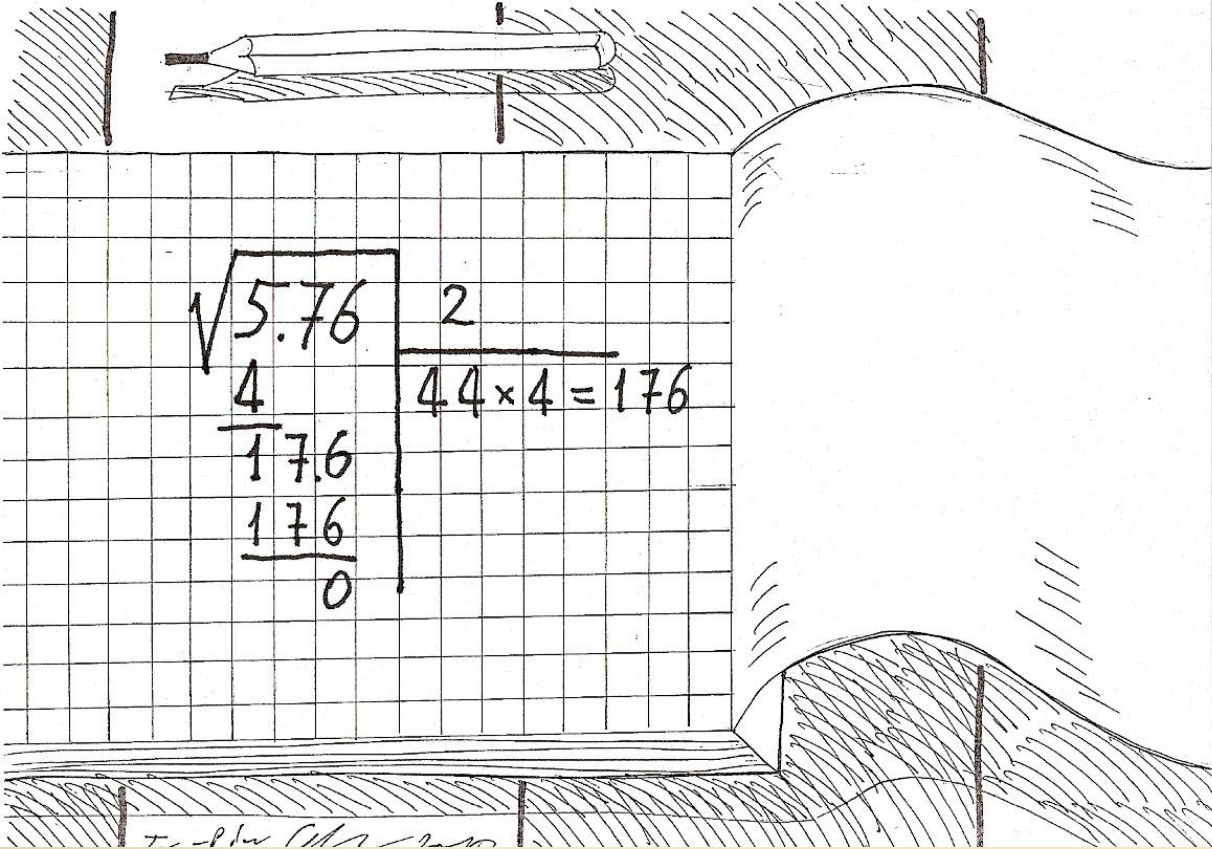
La differenza 176 corrisponde ai 17 rettangoli, ciascuno di area $1 \times 10 = 10$ unità, e ai 6 quadratini unitari. Come devono essere disposti questi pezzi rimasti per formare il quadrato di area 576?

Si cambia un rettangolo con 10 quadratini e poi si accosta ai quattro quadratoni una figura a forma di L (gnomone) larga 4 unità.

Se scomponiamo lo gnomone otteniamo un rettangolo di base

$2(20) + 4 = 40 + 4 = 44$ e altezza 4.





Non è 2 che si raddoppia, ma 20. Al numero 40 si aggiunge 4 e 44 è la base del rettangolo equivalente allo gnomone!

